

<i>L. Regueb</i>	<i>Mathématiques</i>	<i>Classe : 4^{ème}M</i>
<i>Prof : Salhi Noureddine</i>	<i>Devoir de Contrôle N°1</i>	<i>Le : 11/11/2010</i> <i>Durée : 2h</i>

Exercice1(3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte . Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

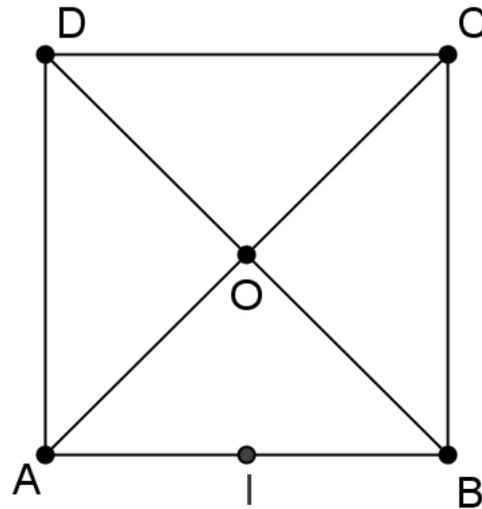
ABCD est un carré de centre O tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et I le milieu de [AB].

1) L'isométrie : $S_{(BC)} \circ S_{(BD)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}$ est

- a) une rotation
- b) une translation
- c) une symétrie glissante.

2) $t_{\overrightarrow{BD}} \circ S_{(BC)}$ est égale à

- a) $t_{\overrightarrow{CD}} \circ S_{(OI)}$
- b) $t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(OI)}$
- c) $S_{(BC)}$



3) Soit r_1 la rotation de centre O, d'angle $\frac{-\pi}{2}$ et r_2 la rotation de centre C, d'angle $\frac{\pi}{2}$.

$r_1 \circ r_2$ est

- a) la symétrie centrale de centre A
- b) la translation de vecteur \overrightarrow{CB}
- c) la translation de vecteur \overrightarrow{AD} .

Exercice2(6pts)

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne la courbe représentative (C_f) d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $] -2, +\infty[$ et les asymptotes à (C_f) d'équations : $x = -2$ et $y = x - 1$.

(l'Annexe de l' Exercice2 est à rendre avec la copie).

1)a) Dresser le tableau des variations de f.

b) Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{2x-1}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 3]$.

2)a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -2^+} (f \circ f)(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x)$.

b) Montrer que la fonction $f \circ f$ est strictement décroissante sur $] -2, -1]$.

c) Déterminer $(f \circ f)(]-2, -1])$.

3) La courbe (C_f) rencontre l'axe des abscisses, aux points d'abscisses α et β avec $-2 < \beta < -1$ et $0 < \alpha < 1$.

a) Montrer que l'équation : $f(x) = \beta$, n'admet aucune solution dans $]-2, +\infty[$.

b) Construire et placer sur l'axe des abscisses, les solutions de l'équation $(f \circ f)(x) = 0$ sur $]-2, +\infty[$.

Exercice3(6pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère le point A d'affixe 2 et le cercle (C) de centre O passant par A. Dans tout l'exercice on note α le nombre complexe $\alpha = 1 + i\sqrt{3}$.

1)a) Démontrer que : $\alpha^2 - 4\alpha = 2\bar{\alpha} - 8$.

b) Démontrer que les points B et C d'affixes respectives α et $\bar{\alpha}$ appartiennent au cercle (C) .

2) Soit D un point du cercle (C) d'affixe $2e^{i\theta}$ où θ est un nombre réel de l'intervalle $]-\pi, \pi]$.

a) Construire sur la figure donnée en annexe 2 (à rendre avec la copie) les points B, C et le point E image du point D par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

b) Justifier que le point E a pour affixe $z_E = \alpha e^{i\theta}$.

3) Soient F et G les milieux respectifs des segments $[BD]$ et $[CE]$.

a) Déterminer l'affixe z_F du point F.

b) Justifier que le point G a pour affixe $z_G = \frac{\alpha e^{i\theta} + \bar{\alpha}}{2}$.

c) Démontrer que $\frac{z_G - 2}{z_F - 2} = \frac{\alpha}{2}$. En déduire la nature du triangle AFG.

Exercice4(5pts)

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$.

1)a) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$.

Etudier le sens de variation de f , et tracer sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) . (On prendra comme unité 2cm).

b) Utiliser le graphique précédent pour construire u_0, u_1, u_2 et u_3 sur l'axe (O, \vec{i}) .

2)a) Montrer que pour tout entier naturel n non nul $u_n \geq \sqrt{2}$.

b) Montrer que pour tout $x \geq \sqrt{2}$, $f(x) \leq x$.

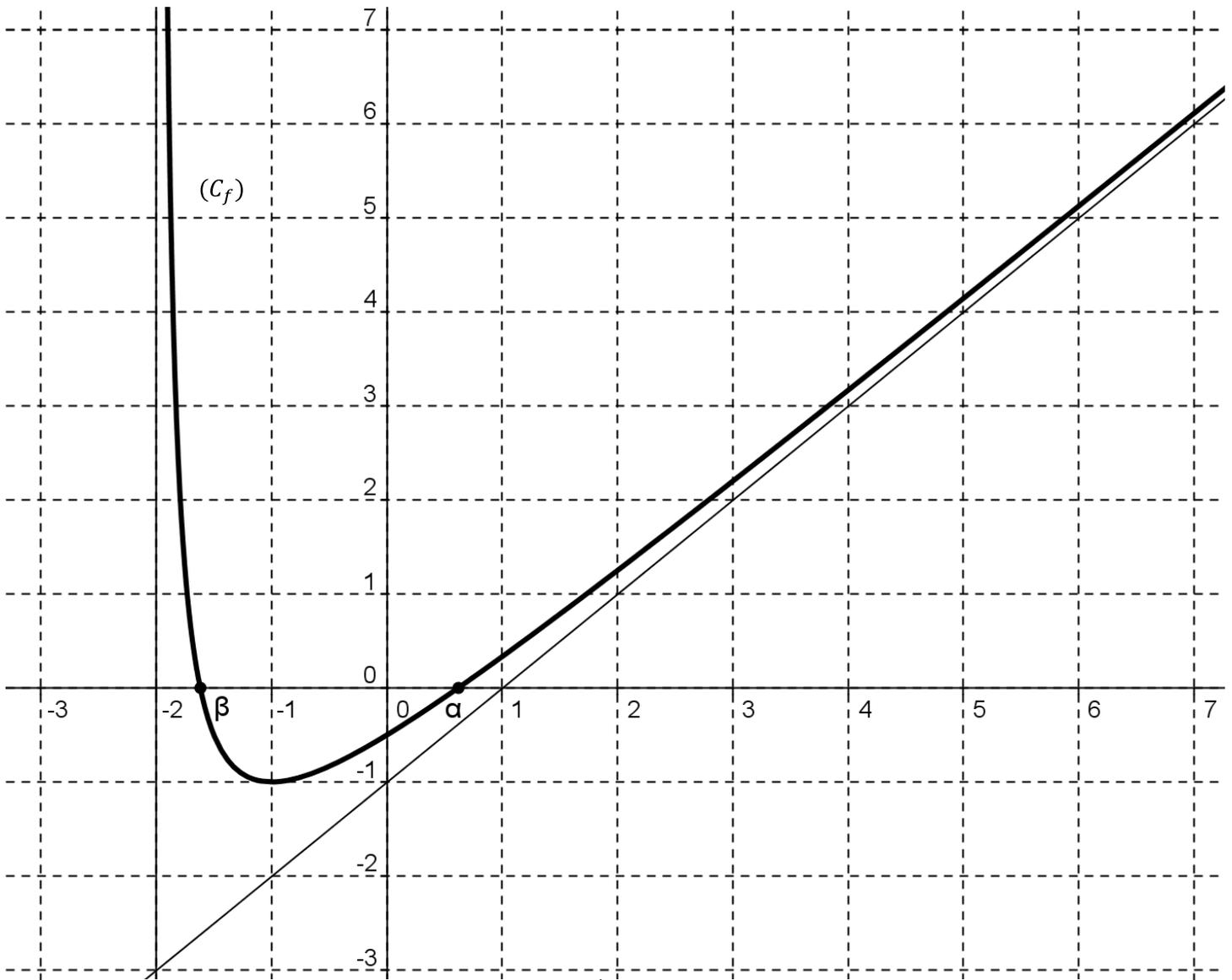
c) En déduire que la suite (u_n) est décroissante à partir du rang 1.

d) Prouver qu'elle converge.

3) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Annexe1 de l' Exercice2 (à rendre avec la copie).

Nom et Prénom : -----



Annexe2 de l' Exercice3

